

文章编号: 1000-7598 (2011) 07-2106-05

复合地基等效弹性参数研究

张仪萍¹, 王 洋¹, 李 涛²

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058; 2. 浙江省水利水电专科学校 土木系, 杭州 310018)

摘 要: 考虑复合地基边界约束条件的影响, 采用复合地基单元体模型, 基于变形一致的原则, 推导了复合地基在弹性变形阶段的等效变形模量和等效泊松比的解析解。研究表明, 复合地基的等效弹性常数与复合单元体侧向约束条件有关, 侧向约束越强, 等效变形模量越大, 泊松比越小。侧限条件和无侧限条件的等效弹性常数是复合地基各种约束情况下的 2 个极值, 在较强的侧限约束条件下, 等效泊松比随置换率的变化相对明显。研究还表明, 按面积加权法计算的复合变形模量偏小, 而计算的复合压缩模量偏大, 等效压缩模量与加权法计算的差值随置换率不同而异, 并随着桩土压缩模量比的增大而增加, 其差异一般可达 20%~30%。

关 键 词: 复合地基; 等效变形模量; 等效泊松比; 置换率

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Study of equivalent elastic parameters of composite foundations

ZHANG Yi-ping¹, WANG Yang¹, LI Tao²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Department of Civil Engineering, Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The analytical solutions of the equivalent deformation modulus and equivalent Poisson's ratio of composite foundation on the stage of elastic deformation are developed according to the deformation consistent principle and considering boundary constraint conditions based on the unit cell model. The research results indicate that the equivalent elastic constants of composite foundation are related to the lateral restraint condition of the unit cell. The equivalent deformation modulus increases as the lateral restraint enhances, and the equivalent Poisson's ratio has a reverse trend. The equivalent deformation modulus are respectively the upper and lower limit values; and the equivalent Poisson's ratio varies with area replacement ratio greatly when the lateral restraint condition is strong. The results also show that the deformation modulus calculated by area-weighted method leans to small; and the compression modulus leans to large. Comparing with area-weighted method, the difference value of the equivalent compression modulus varies with area replacement ratio and increases as the oedometer modulus ratio enhances; the difference is up to 20%~30%.

Key words: composite foundation; equivalent deformation modulus; equivalent Poisson's ratio; replacement ratio

1 引 言

复合地基的模量是进行复合地基设计、计算必不可少的基本参数, 许多学者对其进行了较深入地研究。林琮^[1]采用不同置换率的水泥土复合试样进行压缩试验, 研究了置换率与复合模量的关系。姜前^[2]利用碎石桩载荷试验和桩间土载荷试验各自得到的 $p-s$ 曲线, 计算得到了复合地基大型载荷试验在某级压应力作用下的复合变形模量。张士乔^[3]应用弹性理论, 引进 Airy 应力函数, 利用复合地基总的应变能等于桩体的应变能与桩间土的应变能之

和, 得到了无侧限情况下复合地基变形模量的解析表达式。郑俊杰等^[4]运用参变量变分原理, 在对土体采用双折线弹塑性模型的情况下, 推导了复合地基模量的解析解。王凤池等^[5]采用弹性力学理论方法, 基于水泥土桩荷载传递特性, 借用刚性桩的变形方程, 推导出了水泥土搅拌桩复合地基模量的表达式。邓永峰等^[6]从土体的 $e-\ln p$ 曲线出发, 构造土体的应力-应变曲线, 根据最小势能原理及桩土变形协调条件得到了水泥搅拌桩复合地基加固区变形模量的表达式。吴保全等^[7]在桩和桩端土串联力学模型基础上, 应用弹性理论和相应的条件推导出了格

收稿日期: 2010-01-14

第一作者简介: 张仪萍, 男, 1973 年生, 博士, 副教授, 主要从事软基处理、岩土工程数值分析和原位监测等科研工作。E-mail: Zhangyp73@163.com

栅状复合地基压缩模量的计算式。张泽勤等^[8]提出规范中规定的复合土层模量的计算方法应用具有通用性的式子来表达, 并系统地讨论了不同模量计算式的适用范围。郭佳奇等^[9]以粉喷桩等柔性桩为研究对象, 提出了桩土间存在过渡带的概念, 并通过拟合过渡带的弹性模量对面积加权法公式进行了修正。周新权等^[10]通过现场试验和监测数据分析发现, 复合地基的复合模量并不是桩-土两种材料按一定几何比例的简单叠加, 还与桩土应力比、置换率等诸多因素有关。钱玉林^[11]结合试验研究, 在面积加权法的基础上, 提出了按各分层厚度进行加权平均的复合压缩模量的计算方法, 并通过工程实例验证该法计算结果较为接近实测结果。张定^[12]的研究表明, 复合地基中桩体的变形模量与桩体所受的侧向约束条件有关, 由此提出了单桩、单桩复合地基和群桩等情况下桩体变形模量的计算方法。

在土力学中, 弹性模量的定义与一般弹性理论中的弹性模量(即杨氏模量)的定义相同, 即为应力增量与其在同一方向产生的应变增量的比值, 一般由土的三轴试验确定。不过, 由于土的变形一般为非线性变形, 模量随应力水平而异, 故通常称为变形模量, 以资区别^[13]。根据在三轴应力-应变关系曲线上取值方法的不同, 土的变形模量还可分为切线模量、割线模量等等。压缩模量则定义为在侧限条件下竖向应力增量与竖向应变增量的比值, 一般由土的压缩试验确定。复合地基的模量与均质土体的模量一样, 也有变形模量和压缩模量之分。值得一提的是, 在部分文献中混淆了这两种模量的概念, 统称为复合模量(或复合地基模量), 在应用复合地基的模量时, 也忽略了这两种模量的应用条件, 因此, 结果难免出现错误。

为便于更好地理解和应用复合地基的模量等参数, 本文采用复合单元体模型, 基于变形一致的原则, 推导了复合地基的等效弹性常数(即变形模量和泊松比)的解析解, 并对等效弹性常数随侧向约束条件、置换率等影响因素的变化规律进行了详细分析, 并讨论了目前常采用面积加权法计算复合地基的变形模量和压缩模量与精确解的偏差。

2 理论推导

取复合单元体的模型如图 1(a)所示, 模型受竖向应力 p 、径向应力 q 的作用。根据变形一致原则, 即相同荷载产生相同的竖向和径向变形, 可将复合单元体等效为一均质单元体, 如图 1(b)所示。

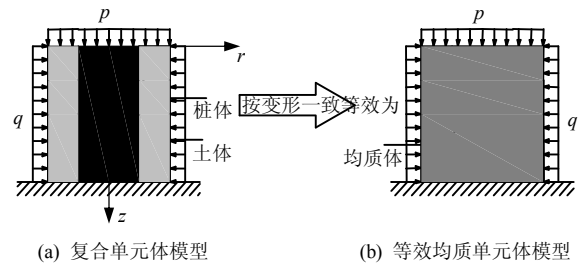


图 1 单元模型

Fig.1 Unit cell model

设复合单元体中土体和桩体弹性模量和泊松比分别为 E_s 、 E_c 和 μ_s 、 μ_c 。假定复合单元体的变形满足等应变条件, 则根据弹性力学空间轴对称位移控制方程, 复合单元体的径向和竖向位移分别满足:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

相应的边界条件为: ①当 $r=0$ 时, $u_c=0$; ②当 $r=a$ 时, $u_c=u_s$, $\sigma_{rc}=\sigma_{rs}$; ③当 $r=b$ 时, $\sigma_{rs}=q$; ④当 $z=H$ 时, $w=0$ 。其中: 下标“c”和“s”分别表示桩体和土体; a 、 b 分别为桩体和单元体半径; H 为复合单元体的高度。根据式 (1)、(2) 以及边界条件, 结合竖向力平衡条件:

$$p = \alpha \sigma_{zc} + (1-\alpha) \sigma_{zs} \quad (3)$$

式中: $\alpha = a^2/b^2$, 为置换率。

由式 (3) 可解得复合单元体内任一点的应力和位移解析表达式。限于篇幅, 省略其推导过程和应力表达式, 在此仅列出复合单元体的外边缘处 ($r=b$) 的径向位移和顶面处 ($z=0$) 的竖向位移:

$$u = -\left(\frac{a^2}{b} A_1 + A_2 b\right) p \quad (4)$$

$$w = -A_3 H p \quad (5)$$

其中:

$$A_1 = \frac{1}{2A} \left\{ (\lambda_c - \lambda_s) [\alpha \lambda_c + (1-\alpha) \lambda_s] - (K_c - K_s) [\alpha (G_c + K_c) + (1-\alpha) (G_s + K_s)] \beta + (\lambda_s K_c - \lambda_c K_s) \right\} \quad (6)$$

$$A_2 = \frac{1}{2A} \left\{ [\alpha G_c + (1-\alpha) G_s] G_s + [\alpha K_c + (1-\alpha) K_s] K_c + G_s (K_c + K_s) + \alpha (G_c K_c - G_s K_s) - \alpha (\lambda_c - \lambda_s) \lambda_c \beta - (\lambda_s K_c + [\alpha \lambda_c + (1-\alpha) \lambda_s] G_s) \right\} \quad (7)$$

$$A_3 = -\frac{1}{A} \{ \alpha K_s \lambda_c + (1-\alpha) K_c \lambda_s + G_s [\alpha \lambda_c + (1-\alpha) \lambda_s] \} \beta - [\alpha K_c + (1-\alpha) K_s] G_s + K_c K_s \} \quad (8)$$

$$A = \alpha K_s \lambda_c^2 + (1-\alpha) K_c \lambda_s^2 + G_s [\alpha \lambda_c + (1-\alpha) \lambda_s]^2 - [\alpha (K_c + G_c) + (1-\alpha) (K_s + G_s)] \cdot \{ [\alpha K_c + (1-\alpha) K_s] G_s + K_c K_s \} \quad (9)$$

式中: G_c 、 λ_c 和 G_s 、 λ_s 分别为桩体和土体的 Lamé 常数; $K_c = G_c + \lambda_c$, $K_s = G_s + \lambda_s$; $\beta = q/p$ 为径向荷载与竖向荷载之比, 反映了单元体的侧向约束情况, 其值越大, 则说明侧向约束越大。

根据变形一致原则, 在相同荷载下等效均质体的变形与复合单元体的变形相同, 因此, 等效均质单元体的径向应变和竖向应变为

$$\varepsilon_r = \frac{u}{b} = -(\alpha A_1 + A_2) p \quad (10)$$

$$\varepsilon_z = \frac{w}{H} = -A_3 p \quad (11)$$

将式 (10) 和式 (11) 代入广义虎克定律, 可得等效均质体的等效泊松比和等效变形模量为

$$\mu_{cs} = \frac{\alpha A_1 + A_2 - \beta A_3}{2\beta(\alpha A_1 + A_2) - (1+\beta) A_3} \quad (12)$$

$$E_{cs} = \frac{1+\beta-2\beta^2}{2\beta(\alpha A_1 + A_2) - (1+\beta) A_3} \quad (13)$$

式 (12)、(13) 即为复合地基等效弹性常数的解析表达式。可以看出, 复合地基的等效弹性常数与置换率和侧向约束情况有关。

当单元体外边界为自由边界时 (无侧限条件), 即 $q=0$, 可得等效泊松比和等效变形模量为

$$\mu_{cs} = \alpha \mu_c + (1-\alpha) \mu_s + \frac{\alpha(1-\alpha)(\mu_c - \mu_s)(\mu_s \lambda_c - \mu_c \lambda_s) G_s}{2\mu_c \mu_s \{ G_s [\alpha K_c + (1-\alpha) K_s] + K_c K_s \}} \quad (14)$$

$$E_{cs} = \alpha E_c + (1-\alpha) E_s + \frac{4\alpha(1-\alpha)(\mu_c - \mu_s)^2 K_c K_s G_s}{[\alpha K_c + (1-\alpha) K_s] G_s + K_c K_s} \quad (15)$$

式 (15) 即文献[3]所得到的复合弹性模量。从式 (14)、(15) 可以看出, 在无侧限条件下, 当桩、土泊松比相同时, 等效泊松比和等效变形模量等于按置换率加权计算之和。

当单元体外边界为固定边界时 (侧限条件), 即 $u=0$, 可得等效变形模量为

$$E_{cs} = \frac{(1+\mu_{cs})(1-2\mu_{cs})}{1-\mu_{cs}} \cdot \left(\alpha E_{coed} + (1-\alpha) E_{soed} - \frac{\alpha(1-\alpha)(\lambda_c - \lambda_s)^2}{\alpha K_s + (1-\alpha) K_c + G_s} \right) \quad (16)$$

式中: E_{coed} 、 E_{soed} 分别为桩体和土体的压缩模量。

若根据侧限条件下竖向位移的计算公式 (推导过程与上述相同, 只需将边界条件③改为 $r=b$, $u_s=0$), 可直接得到复合地基的等效压缩模量, 即侧限条件下竖向应力与竖向应变的比值为

$$E_{csloed} = \alpha E_{coed} + (1-\alpha) E_{soed} - \frac{\alpha(1-\alpha)(\lambda_c - \lambda_s)^2}{\alpha K_s + (1-\alpha) K_c + G_s} \quad (17)$$

比较式 (16)、(17) 可知:

$$E_{csloed} = \frac{1-\mu_{cs}}{(1+\mu_{cs})(1-2\mu_{cs})} E_{cs} \quad (18)$$

3 参数影响分析

为分析置换率、应力状态等对复合地基的等效弹性常数的影响, 基于上述解析结果进行参数分析。在参数分析中, 取桩体和土体的泊松比均为 1/3, 桩-土弹性模量比为 10。

3.1 等效泊松比

从式 (14) 可以看出, 在桩土泊松比相同的情况下, 无侧限条件下的等效泊松比不受置换率影响。图 2 绘制了无侧限条件和侧限条件下等效泊松比随置换率的变化关系。从图可知, 在侧限条件下置换率的影响却很大, 等效泊松比首先随置换率增大而减小, 在置换率为 0.5 左右, 等效泊松比达到最小, 随后又随置换率增大而增大。由图 3 可知, 等效泊松比随侧限约束增强 (径向荷载与竖向荷载之比增大) 而减小, 无侧限条件和侧限条件分别是复合地基实际受侧向约束的两种极端情况, 所以无侧限条

件下和侧限条件下的等效泊松比分别为复合地基等效泊松比的上限值和下限值。

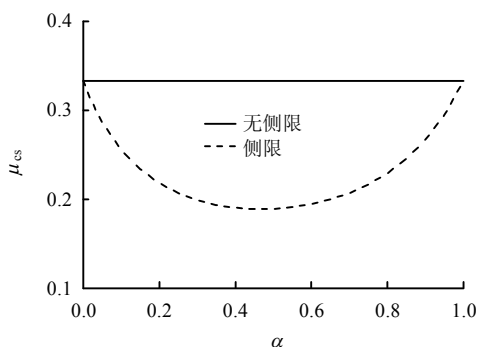


图 2 等效泊松比与置换率关系图

Fig.2 Relations between Poisson's ratio and replacement ratio

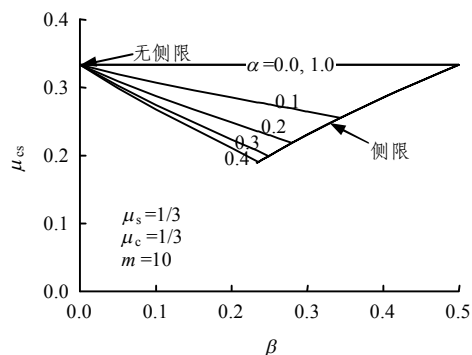


图 3 等效泊松比与应力比关系图

Fig.3 Relations between equivalent Poisson's ratio and stress ratio

3.2 等效变形模量

图 4 绘制了无侧限和侧限条件下复合地基等效变形模量随置换率的变化关系。由图可知, 侧限条件下的等效变形模量大于无侧限条件下的变形模量。随着侧向约束增强, 复合地基等效变形模量从无侧限条件下的值逐渐增大到侧限条件下的数值, 不过等效变形模量随侧向约束程度变化不是很明显, 如图 5 所示。侧限条件下的变形模量是等效变形模量的上限值, 而下限值则是无侧限条件下对应的变形模量。由式 (15) 可知, 按面积加权计算变形模量总是不大于无侧限条件下的变形模量, 因此, 通常按面积加权计算的复合地基变形模量总是偏小的。不过从图 4、5 来看, 等效变形模量的变化范围较小, 由此引起的误差不至于很大。

3.3 等效压缩模量

复合地基的压缩模量通常按加权法计算, 由式 (17) 可知, 等效压缩模量总是小于按置换率加权计算的压缩模量。从图 6 也可以看到, 等效压缩模

量明显小于加权计算的压缩模量, 其差值随置换率不同而异。由图 7 可以看出, 两者的差值随着桩土压缩模量比的增大而增加, 当模量比超过 20 左右时, 其差异一般可达 20%~30%, 而实际中桩、土模量比一般都在 20 以上。目前, 在计算复合地基沉降时, 计算结果往往小于实测的结果, 其主要原因可能就是按面积加权计算的复合压缩模量偏大, 以致计算的沉降偏小。

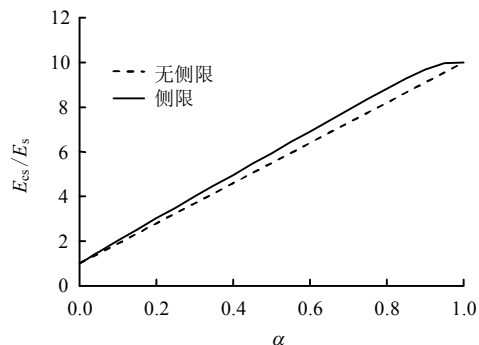


图 4 等效变形模量与置换率关系图

Fig.4 Relations between equivalent deformation modulus and replacement ratio

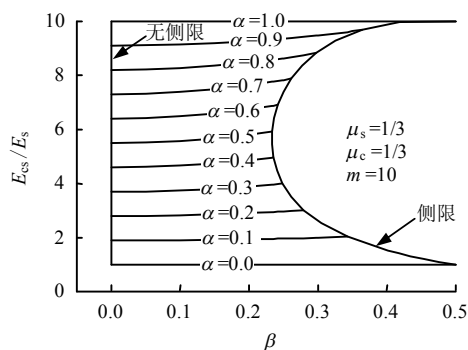


图 5 等效变形模量与应力比关系图

Fig.5 Relations between equivalent deformation modulus and stress ratio

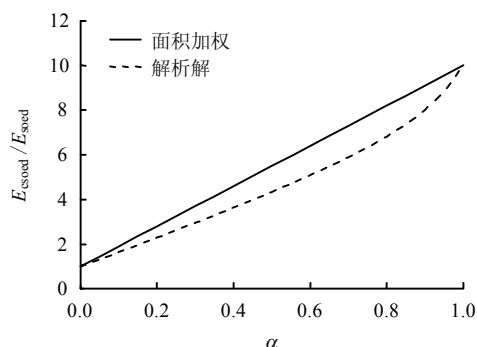


图 6 等效压缩模量与置换率关系图

Fig.6 Relations between equivalent compressive modulus and replacement ratio

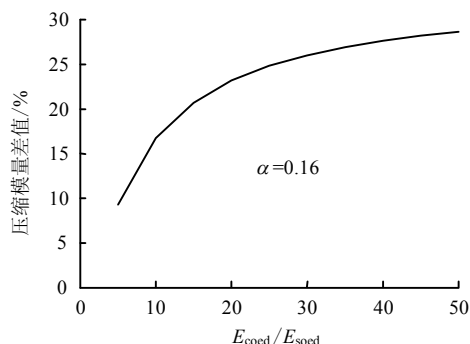


图7 等效压缩模量差值与桩土模量比关系图

Fig.7 Relations between difference of equivalent compressive modulus and modulus ratio of pile to soil

4 结 论

(1) 复合地基的等效弹性常数(变形模量和泊松比)与径向和竖向应力的比值有关,复合单元体的侧向约束条件对复合地基的等效常数有较大的影响。

(2) 等效泊松比随侧限约束增强而减小,无侧限条件下和侧限条件下的等效泊松比分别为复合地基等效泊松比的上限值和下限值。

(3) 侧限条件下和无侧限条件下对应的变形模量分别是复合地基等效变形模量的上、下限值,按面积加权法计算的变形模量偏小,但由于复合单元体的等效变形模量随侧向约束情况变化范围一般不大,偏小的估计一般不会引起较大的误差。

(4) 按面积加权法估算复合地基的压缩模量偏大,加权法计算的压缩模量与本文推导解析解的差值随置换率不同而异,并随着桩土压缩模量比的增大而增加,其差异一般可达20%~30%。这可能是计算的复合地基沉降通常小于实测值的主要原因之一,偏大估计引起的误差随桩土模量比的增大而增大。

参 考 文 献

- [1] 林琼. 水泥搅拌桩复合地基试验研究[硕士学位论文D]. 杭州: 浙江大学, 1989.
- [2] 姜前. 计算碎石桩复合地基变形模量的新方法[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(4): 53—58.
JIANG Qian. Analysis and computation of the deformation modulus of the pile in the composite foundation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 14(4): 53—58.
- [3] 张士乔. 水泥土的应力应变关系及搅拌桩破坏特性研究[博士学位论文D]. 杭州: 浙江大学, 1992.
- [4] 郑俊杰, 区剑华, 袁内镇, 等. 一种求解复合地基压缩模量的新方法[J]. 铁道工程学报, 2003, (1): 116—119.
ZHENG Jun-jie, OU Jian-hua, YUAN Nei-zhen, et al. A new way to calculate modulus of compressibility of composite foundation[J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2003, (1): 116—119.
- [5] 王凤池, 朱浮声, 王晓初. 复合地基复合模量的理论修正[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(5): 491—494.
WANG Feng-chi, ZHU Fu-sheng, WANG Xiao-chu. Theoretical analysis on the modulus of construction composite foundation[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2003, 24(5): 491—494.
- [6] 邓永峰, 刘松玉, 洪振舜. 水泥土搅拌桩复合地基变形模量确定的一种新方法[J]. 公路交通科技, 2005, 22(3): 13—16.
DENG Yong-feng, LIU Song-yu, HONG Zhen-shun. A new method for calculating deformation modulus of DJM composite foundation[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2005, 22(3): 13—16.
- [7] 吴保全, 李天斌. 格栅状复合地基压缩模量的计算[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 2183—2187.
WU Bao-quan, LI Tian-bin. Calculation of compressive modulus of grid structure-composite foundation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 28(10): 2183—2187.
- [8] 张泽勤, 荣新瑞, 王立明, 等. 复合土层压缩模量讨论[J]. 河南科学, 2003, 21(5): 599—601.
ZHANG Ze-qin, RONG Xin-rui, WANG Li-ming, et al. The discussion of the composite earth layer compression modulus[J]. *Henan Science*, 2003, 21(5): 599—601.
- [9] 郭佳奇, 刘希亮. 复合地基加固区复合模量计算公式的改进[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2007, 26(5): 580—583.
GUO Jia-qi, LIU Xi-liang. Improvement for the composite modulus calculation formula in reinforced field of composite foundation[J]. *Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science)*, 2007, 26(5): 580—583.
- [10] 周新权, 邓治纲. 浅议复合地基桩土应力比与变形模量关系[J]. 地下工程与隧道, 2007, (2): 15—18.
ZHOU Xin-quan, DENG Zhi-gang. Relationship between stress ratio of pile and soil and deformation modulus in composite foundation[J]. *Underground Engineering and Tunnels*, 2007, (2): 15—18.
- [11] 钱玉林. 水泥加固土复合模量的研究[J]. 工业建筑, 2001, 31(2): 31—33.
QIAN Yu-lin. Research on the composite modulus of cement-stabilized soil[J]. *Industrial Construction*, 2001, 31(2): 31—33.
- [12] 张定. 复合地基中桩体变形模量的分析与计算[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(2): 205—208.
ZHANG Ding. Analysis and computation of the deformation modulus of the pile in the composite foundation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21(2): 205—208.
- [13] 陈仲颐, 周景星, 王洪瑾. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.